

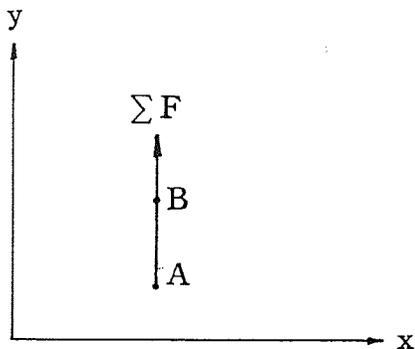
第一講 結構分析基本原理

命題重點

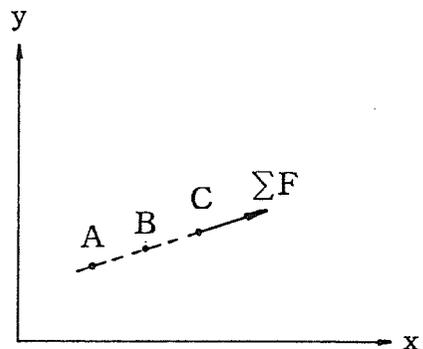
一、共面力系平衡條件

結構於外力作用下保持平衡，則其力系之合力及合力偶必為零。若取相互垂直之 x 軸及 y 軸為座標軸，則合力於此二座標軸方向之分力及對平面上任意點 a 之彎矩必為零，亦即滿足下述之條件：

- (1) $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_a = 0$ 或
- (2) $\sum F_x = 0$, $\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$ 但 $A B$ 為平面上二點其連線不得如圖 1.1 (a) 所示之垂直於 x 軸。
- (3) $\sum M_A = 0$, $\sum M_B = 0$, $\sum M_C = 0$; A 、 B 、 C 為平面上三點但不得如圖 1.1 (b) 所示之位於一直線上。



(a)



(b)

圖 1.1

二、結構穩定性與靜定判別

結構承受任何外力，不致產生移動、顯著變形或破壞時，則為穩定。穩定之結構其支承力及內力若能以靜定平衡之三方程式求出者，

稱為靜定結構，否則為超靜定，以下介紹一判斷靜定與否之判斷公式。

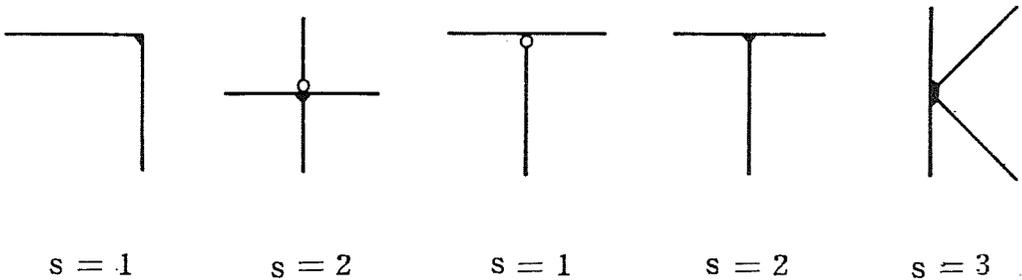
通用公式

$$n = b + r + s - 2j \dots\dots\dots (1.1)$$

式中 b = 桿件數， r = 反力數， s = 有效剛接數； j = 節點數

說明：

- (1) 自由端、支持點都視為一節點。
- (2) 有效剛接桿數為節點上剛接總桿數減 1。



- (3) $n = 0$ 時，若無幾何上之不穩定時，則為靜定。
- (4) $n > 0$ 時，若無幾何上之不穩定時，則為靜不定， n 即為靜不定度。
- (5) $n < 0$ 時，不穩定。

公式 (1.1) 可用於任何結構物之判斷，尤其在組合構架時有其獨特之處，但某種類型結構，應用該公式反而不便，以下介紹數種特殊判別式。

1 桁架： $n = b + r - 2j$ (因無剛接， $s = 0$)

2 梁： $n = r - c - 3$ (式中 c = 條件方程式數目)



3 剛構架： $n = 3c$ (式中 c = 截面數)

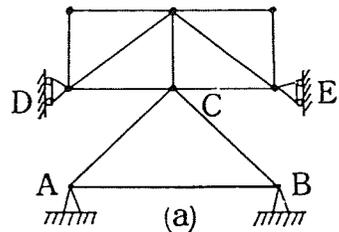
例 1 • 1

依序回答以下各圖中之平面結構(1)是否穩定？(2)如穩定則說明其為靜定或靜不定 (3)如為靜不定則說明其靜不定度。



【解】(a)本結構屬不穩定結構，因

AB 桿為零桿，故 A、B 支承反力通過 C，D、E 反力亦通過 C，故所有反力交於一點形成不穩定。



(b)如右圖(b)所示結構屬穩定

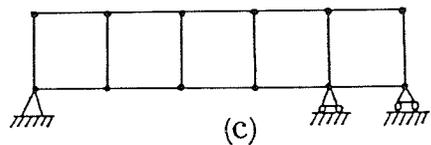
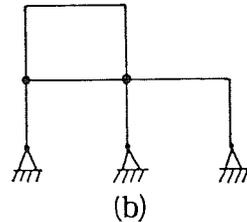
$$n = b + r + s - 2j = 8 +$$

$$6 + 3 - 2 \times 8 = 1$$

本結構屬 1 次靜不定結構

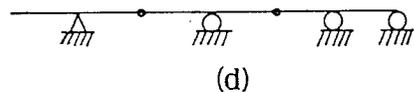
(c)本結構屬不穩定結構，力

量作用後在中間跨無斜桿處形成不穩定。



(d)本結構 $n = r - 3 - c =$

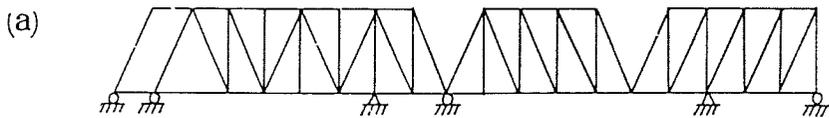
0 且無不穩定情況，故為靜定且穩定結構。



例 1 • 2

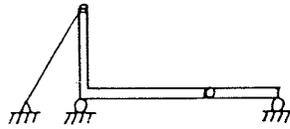
依序回答以下各圖中之平面結構(1)是否穩定(2)如穩定則說明其為靜定或靜不定(3)如為靜不定則說明靜不定度。

【解】



本結構為穩定結構，其靜不定度 $n = b + r - 2j = 8 + 65 - 2 \times 36 = 1$ 為 1 次靜不定結構。

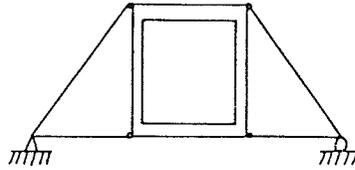
(b)本結構為不穩定之結構，梁在水平方向無束制以抵抗平移。



(c)本結構為穩定，其靜不定度

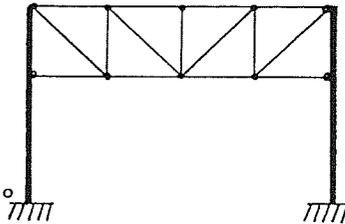
$$\begin{aligned} n &= b + r + s - 2j \\ &= 8 + 3 + 4 - 2 \times 6 \\ &= 3 \end{aligned}$$

是為3度靜不定。



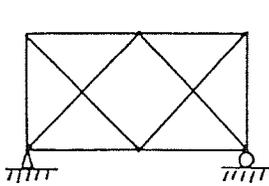
(d)本結構為穩定，其靜不定度

$$\begin{aligned} n &\text{ 爲} \\ n &= b + r + s - 2j \\ &= 19 + 6 + 2 - 2 \times 12 \\ &= 3 \text{ 次，是為3度靜不定。} \end{aligned}$$

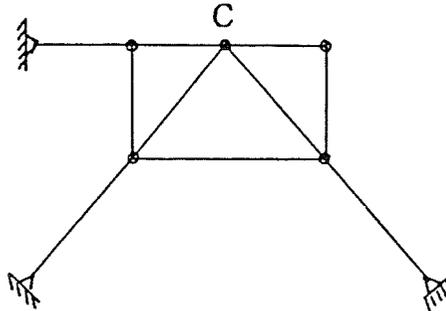


例1 • 3

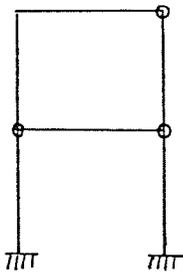
下列結構是否穩定？如為穩定且為靜不定，其靜不定度若干？



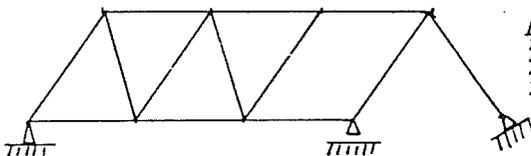
(a)



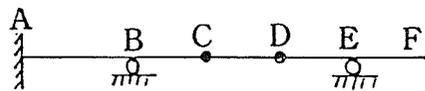
(b)



(c)



(d)



(e)

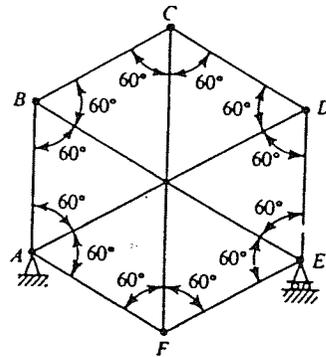
【解】

結構	$n = b + r + s - 2j$	說明
(a)	$n = 10 + 3 + 0 - 2 \times 6 = 1$	本結構無不穩定情況，為 1 次靜不定
(b)	$n = 10 + 6 + 0 - 2 \times 8 = 0$	因反力交於 C 點故為不穩定
(c)	$n = 6 + 6 + 1 - 2 \times 6 = 1$	本結構為 1 次靜不定之穩定結構
(d)	$n = 13 + 5 + 0 - 2 \times 9 = 0$	本結構無不穩定情況，是為靜定結構。
(e)	$n = 5 + 5 + 2 - 2 \times 6 = 0$	力量作用於 DF 時本結構無法穩定，是為不穩定結構。

零載重試驗法

例 1.4

詳細說明右圖所示平面內由二力桿件所構成結構之穩定性。



【解】在無作用力下，假設 BC 桿拉力為 S

$$\text{由節點 B : } S_{BC} = S, S_{BE} = -S$$

$$\text{由節點 C : } S_{CD} = S, S_{CF} = -S$$

$$\text{同理可得 } S_{AB} = S_{BC} = S_{CD} = S_{DE} = S_{EF} = S_{EA} = S$$

$$S_{AD} = S_{BE} = S_{CF} = -S$$

因 S 可為任意非零值，因此該結構有無窮多組解，而一穩定之未加載結構滿足平衡之唯一解為各桿內力為零，因此本結構為不穩定結構。

三、靜定桁架之分析

凡是利用靜力平衡三方程式就能解出結構物之支承力及內力者，就稱為靜定結構，而結構物依其桿件承力之型式及節點接合型式又可分成剛節構架及桁架兩大類，其區別如下：