

迴歸分析講義

第一回

302230-1



社團
法人
考
試

考
友
社

出版
發行
考
試

第一講 簡單線型迴歸模式

● 命題重點 ●

壹、兩變數間的關係

依兩變數間關係的觀念，我們可以將其區分為函數關係 (*Functional relation*) 及統計關係 (*Statistical relation*) 兩種。

一、兩變數間的函數關係

兩變數的函數關係以數學公式表示，若 X 是自變數， Y 是因變數，則函數關係以下式表示：

$$Y = f(X)$$

因此從 X 的已知值中，可以由函數關係式中求出 Y 的值。

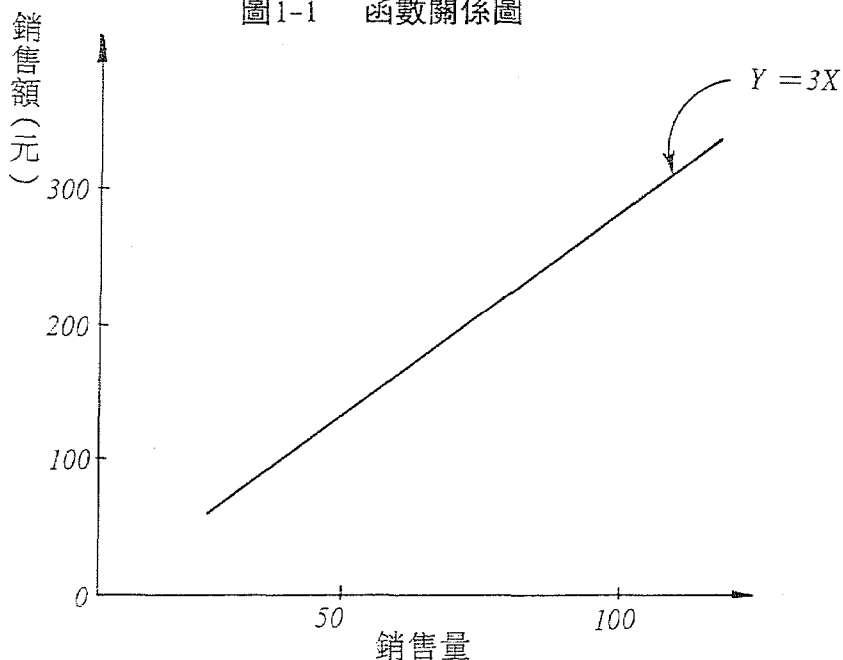
若產品的銷售量 (X) 與銷售額之關係如下式，假設該單位產品售價 3 元，則得：

$$Y = 3X$$

此函數關係於圖 1-1 中表示的是 4 個期間，產品銷售量和銷售額之關係

時 期	銷 售 量	銷 售 額
1	75	225
2	25	75
3	110	330
4	50	150

圖1-1 函數關係圖



將觀察值繪於圖中，所有點皆落入直線上，此現象為函數關係的特性。

計程汽車出租行出租汽車的函數關係式如下：

$$Y = 10 + 0.2X$$

式中：

Y 表出租費用（以元計）

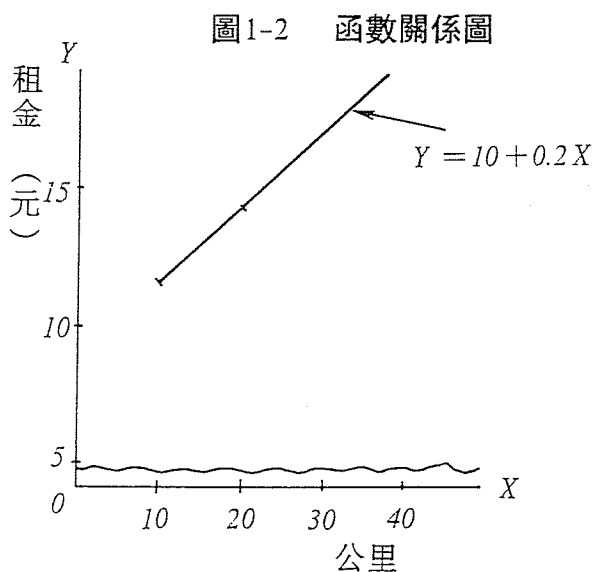
X 表里程（以公里計）

10 表服務費用（以元計）

0.2 表每公里里程費率（以元計）

若有下表資料：

里 程	租 金
10	12
20	14
35	17



將觀察值繪於圖上，可知所有觀察值皆落於直線上，此現象亦為函數關係之特性。

二、兩變數間的統計關係

統計關係不同於函數關係，通常統計關係式的所有觀察值都不會落在一條直線或曲線上。

東明電子公司每月生產電子產品所需的預備零件，依消費者需求變動，其所生產的批量與工時之關係列於表1-1中，該表列出10批預備零件在同一生產情況下，不同批量與工時的關係。

批 號	批 量 (X)	工 時 (Y)
1	30	73
2	20	50
3	60	128
4	80	170
5	40	87
6	50	108
7	60	135

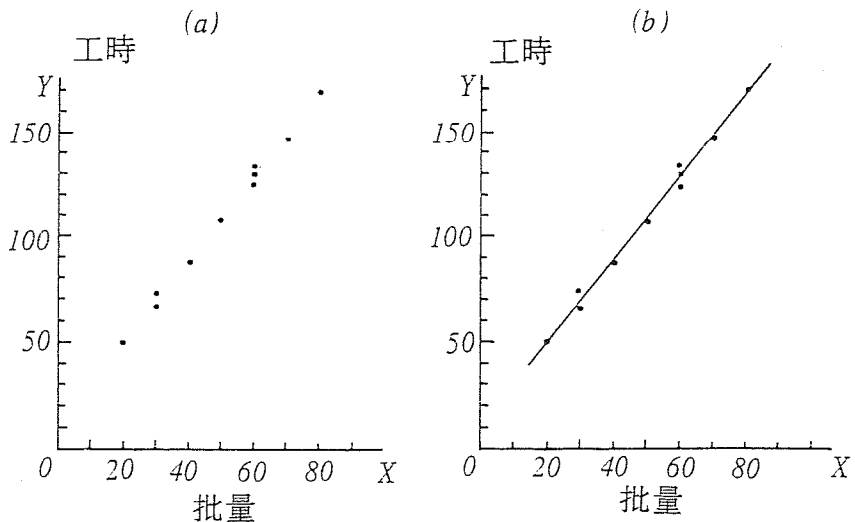
8	30	69
9	70	148
10	60	132

將上述觀察值繪於圖1-3中，其中工時為因變數（ Y ），批量為自變數（ X ）。

如 $X=40$ ， $Y=87$ ，可由表中及圖中看出。

圖1-3a中，清楚地描繪出工時與批量之間的關係，亦即批量愈大，工時愈高，但是從圖中亦可看出兩者之間的關係，並不十分完美，因為

圖1-3 批量與工時的統計關係



有些散佈圖在同一批量中有不同的解釋，如第一及第八批的30件批量中，工時就顯示有差異，這類描述統計關係的散佈點，稱為散佈圖，在圖中的每一散佈點均表示其觀察值。

圖1-3b從散佈點中繪一條直線描述批量與工時的統計關係，它指出工時隨批量而變動的趨勢，從圖中可知這些觀察值都不落在一直線上，這些點圍繞著直線，顯示工時並不隨著批量成比例變動。通常它的變動是隨機性質，統計關係的舉證通常用途很廣泛，雖然它們沒有正確的函

精選試題

【題一】 針對本文的國外服務工作的某些應徵者在高中及學院曾學習德文的年數與他們在德文熟練度測驗的成績間，試以最小平方線配合其資料。

答：藉用下表的計算將所須要的和代入標準方程式中：

將 $n=10$ 及上列4行總和代標準方程式中求得：

$$697 = 10b_0 + 35b_1$$

$$2,554 = 35b_0 + 133b_1$$

年 數 X	測 驗 成 績 Y	X^2	XY
3	57	9	171
4	78	16	312
4	72	16	288
2	58	4	116
5	89	25	445
3	63	9	189
4	73	16	292
5	84	25	420
3	75	9	225
2	48	4	96
35	697	133	2,554

從基本代數中我們可以採用消去法或行列式法中的任一種，茲採用第一種方法求得 $b_0 = 31.55$ 及 $b_1 = 10.90$ 。

【題二】 再採用上題，以上列 b_0 及 b_1 公式求解。

答：將 $n=10$ 及上表中諸項行和代入求得：

$$b_0 = \frac{(697)(133) - (35)(2,554)}{10(133) - (35)^2}$$

$$= \frac{3,311}{105} = 31.53$$

及

$$b_1 = \frac{10(2,554) - (35)(697)}{105}$$

$$= \frac{1,145}{105} = 10.90$$

【題三】 使用最小平方直線 $\hat{Y} = 31.53 + 10.90X$ 對一位在高中或學院中已經學習兩年德文的應徵者來預測他的熟練度的成績。

答：將 $X = 2$ 代入方程式中，得：

$$\hat{Y} = 31.53 + 10.90(2) = 53.33$$

這項預測值是在最小平方觀念下所求得的最佳值。

當我們進行這類的預測時，我們不能真正地期望我們總是十分正確地求得所須的答案；事實上，當答案是整數時，我們可能是不對的，在我們的例子中的預測值是 53.33，則不是整數，因此較合理，參照這項例子，若期望學習德文若干年（已知年數）的每一位應徵者會獲得相同的熟練度成績是不合理的。

【題四】 沿用東明電子公司的實例，其資料列於表一中，試擬合一

表一. 東明電子公司求解 b_0 和 b_1 的計算資料

	Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2
	73	30	2190	900
	50	20	1000	400
	128	60	7680	3600
	170	80	13600	6400