工程力學講義

第 一 回

50470B-1

社團法人 考友社 出版發行

工程力學講義　第一回

目錄

第一講 緒論

命 題 重 點

壹、力學定義

描述或預測外力作用下之物體是靜止或運動之條件的科學，稱爲力學（mechanics），力學可分爲三支系，即剛體力學（mechanics of rigid bodies），變形體力學（mechanics of deformable bodies）及流體力學（mechanics of fluids）。

剛體力學又可分成**靜力學**及**動力學**，前者處理靜止狀態下之物體，後者處理運動中之物體，此部份將物體視爲完全剛體；雖然結構物中構件甚少爲剛性者，但在外力作用下其變形通常甚小，而不影響所考慮剛體之平衡或運動狀態。但是此部份之微小變形在考慮到結構物對破壞之抵抗時，則變得很重要，此爲變形體力學中**材料力學**研討之主要對象。**流體力學**所研討之對象可分別針對非壓縮性流體（incompressible fluids）及壓縮性流體（compressible fluids）

貳、基本觀念與原理

在力學中之基本觀念爲**空間**（space）**時間**（time）**質量**（mass）與**力量**（force），這幾個基本觀念是無法加以定義的。

空間之觀念用來描述點P之位置，P點位置可以從一已知原點沿三方向量度距離來定之，所量得之長度即得點P之座標。

時間之觀念是用來描述事件產生之時候。

質量之觀念是在某些基本力學試驗中用以比較物體之用，例如二具相同質量之物體受地球引力之作用下具相同之重力。

力量之觀念表示一物體對他物之作用，該項作用可能是直接之接觸

也可能是隔一段距離之作用，例如在重力或磁力作用之場合。力量具備有三要素即作用點，大小與方向，因此力量係以向量表示之。

我們將以上述所介紹之四個基本觀念來研討質點與剛體之靜止或運動條件。質點（particle）可視爲佔据在空間之一小量物質，而剛體（rigid body）係由在空間佔有固定相對位置質點之集合體，因此質點力學爲剛體力學之基本。

基本力學研討必備之六大基本原理爲：

力量合成之平行四邊形原理：作用於質點上二力可以一合力代替之，該合力大小爲二力所成平行四邊形對角線大小方向在對角線方向，著力點在二力之交點上。

力量傳遞原理：二力大小及作用線均一致，但並不作用於同一剛體上之同一點時，則該二力對剛體平衡或運動所造成之效果相同。

牛頓三大基本定理：

(1)**第一定理**：作用於一質點上合力爲零時，該質點保持靜止或以等速度沿直線運動（視其起始狀態而定）。

(2)**第二定理**：作用於一質點上合力不爲零時，則該質點在合力方向上產生加速度，以式表之爲

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \cdots\cdots (1-1)$$

式中 $\vec{F}$ ＝作用於質點上合力

m ＝質點質量

$\vec{a}$ ＝質點加速度

(3)**第三定理**：接觸物體間之作用力與反作用力，大小相等而方向相反。

牛頓重力定理：二質量分別爲M及m之質體，相互間吸引力爲

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \quad \cdots\cdots (1-2)$$

式中 r ＝二質點間距離

G ＝重力常數

一在地球平面上質量爲m之質體，受質量爲M之地球吸引力，即爲該物體之重量以W表之爲

$$W = mg \quad \cdots\cdots (1-3)$$

式中 $g=\dfrac{GM}{R^2}$ ，稱爲重力加速度，式中R爲地球半徑,g 隨m質點位置而變，在海平面上

$$g=9.81\text{m/sec}^2 \quad \text{或} \quad 32.2\text{ft/sec}^2$$

參、單位系統

對於上文所述四個基本觀念，賦以四個基本單位卽長度、時間、質量及力量單位，在本書中所採用之單位系統有三，卽(1)國際公制單位系統(2)中國習用單位系統與(3)英國習用單位系統，以上三個單位系統共同的爲時間單位均以秒爲基本單位。

一、國際公制單位（SI Units）

本系統長度單位爲公尺（m），質量單位爲公斤（kg），力量單位爲牛頓（N），牛頓單位被定義爲「使得一公斤質量之物體產生 1 m/sec^2 加速度之力」，以式表之爲

$$1\text{N}=(1\text{kg})(1\text{m/sec}^2)=1\text{kg-m/sec}^2 \quad \cdots\cdots\cdots(1-4)$$

由（1－3）式可得一公斤質量物體在海平面上重量W爲

$$W=mg=(1\text{kg})(9.81\text{m/sec}^2)=9.81\text{N}$$

二、中國習用單位系統

在我國，習慣上以公斤代表力量單位，卽「一公斤質量的物體在 1 g 之重力加速度下之重量爲一公斤重」，因此公斤既爲質量單位亦爲力量單位，有人以kgf代表力量單位以區別之，在用力上kg 卽代表力量單位,其與國際公制單位間之關係列式說明如下：

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ kg}=9.81\text{ N} \\ 1\text{ t}=9810\text{ N}=9.81\text{ KN} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1-5)$$

具 1 公斤重量之物體其質量須依下式以計算之，卽

$$m=\frac{W}{g}=\frac{1}{9.81}\text{ kg-sec}^2/\text{m} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1-6)$$

除力量單位外，其餘之單位與SI 單位系統相同。

三、英國習用單位系統

在英美等國，以呎（ft）代表長度單位，以磅（ℓb）代表力量單位，以秒爲時間單位。其質量單位則係由力量單位導出，稱爲 slug，其定義爲

$$1\ \text{slug} = \frac{1\ell b}{1\ ft/sec^2} = 1\ \ell b - sec^2/ft \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1-7)$$

具1磅重量之物體，其質量須依下式以計算之，即

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1}{32.2}\ell b - sec^2/ft \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1-8)$$

四、單位換算

長度單位：呎（ft），吋（in），哩（mi），公里（km），公尺（m）公分（cm）。

$1\ ft = 0.3048^{m} = 30.48^{cm}$

$1\ mi = 5280 ft = 1609^{m} = 1.609 km$

$1\ in = \frac{1}{12} ft = 0.0254^{m} = 2.54^{cm}$

力量單位：千磅（kip），磅（ℓb），千牛頓（KN），牛頓（N），公噸（（t），公斤（kgf）

$1\ \ell b = 0.001 kip = 4.448\ N = 0.454 kgf$

$1\ t = 1000 kgf = 9810\ N = 9.81 KN = 2204 \ell b = 2.204 kip$

質量單位：磅（ℓb），slug，公斤（kg），公克（g）

$1\ slug = 1\ell b - s^2/ft = 14.59 kg = 14590\ g$

1磅質量$= 0.4536 kg = 453.6\ g$

肆、應用數學

精 選 試 題

一、試求 $y'' + y' - 6y = 0$ 之解

【解】特性方程式 $\lambda^2 + \lambda - 6 = 0$　∴　$\lambda = -3$，2

$\therefore y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x}$

二、試求 $y'' + \omega^2 y = 0$ 之解

【解】特性方程式　$\lambda^2 + \omega^2 = 0$　∴　$\lambda = \pm\omega$

$\therefore \quad y = A\cos\omega x + B\sin\omega x$

$y = C\cos(\omega x - \delta)$

三、試求 $y'' + 4y = \cos 2x$ 之解

【解】相對應齊次方程式　$y'' + 4y = 0$，其特性方程式

$\lambda^2 + 4 = 0$

解得　$\lambda = \pm 2i$

$\therefore y_h = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x$

特別解　$y_p = Ax\cos 2x + Bx\sin 2x$

通解　$y = (C_1 + Ax)\cos 2x + (C_2 + Bx)\sin 2x$

四、若欲使得下述聯立方程式具有非零解，試求 λ 值，並求其解

$$\begin{cases} \lambda x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2\lambda x_3 = 0 \end{cases}$$

【解】 $\begin{vmatrix} \lambda & -2 & 1 \\ \lambda & (1-\lambda) & 1 \\ 2 & -1 & 2\lambda \end{vmatrix} = -2\lambda^3+6\lambda^2+2\lambda-6 = (\lambda+1)(\lambda-1)(6-2\lambda)$

$\therefore \lambda=\pm 1，3$ 時有非零解出現

(1)當 $\lambda=+1$ 時

$x_1-2x_2+x_3=0$ ……………………………………(1)

$x_1 \qquad +x_3=0$ ……………………………………(2)

$2x_1-x_2+2x_3=0$ ……………………………………(3)

可解得 $x_1=c$，$x_2=0$，$x_3=-c$

(2)當 $\lambda=-1$ 時

$-x_1-2x_2+x_3=0$

$-x_1+2x_2+x_3=0$

$2x_1-x_2-2x_3=0$

可解得 $x_1=c$，$x_2=0$，$x_3=c$

(3)當 $\lambda=3$ 時

$3x_1-2x_2+x_3=0$

$3x_1-2x_2+x_3=0$

$2x_1-x_2+6x_3=0$

可解得 $x_1=c$，$x_2=\dfrac{16c}{11}$，$x_3=-\dfrac{c}{11}$